

## Análise de Algoritmos da Árvore Geradora Mínima para o Problema de Reconfiguração de Redes de Distribuição

Alex Luciano Roesler Rese <sup>1</sup>, Fernando Concatto <sup>2</sup>, Raimundo Celeste Ghizoni Teive <sup>3</sup>.

### Resumo

O abastecimento de energia em redes elétricas é essencial para o desenvolvimento humano. Portanto, redes de distribuição requerem eficiência nos processos que envolvem o fornecimento de energia. Este artigo analisa e descreve a modelagem da estrutura da rede elétrica através de grafos, assim como a implementação dos algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa, Prim e Borůvka. Para analisar os algoritmos foram utilizados três sistemas de distribuição com diferentes características. A comparação permitiu identificar que o algoritmo de Prim apresenta configurações mais balanceadas em termos de minimização de impedância e melhor divisão das cargas entre os alimentadores quando utilizado em redes com mais de um alimentador, porém os outros três algoritmos foram capazes de encontrar soluções com uma impedância total menor.

**Palavras-chave:** Rede de Distribuição de Energia Elétrica. Reconfiguração de Rede Elétrica. Árvore Geradora Mínima.

### Abstract

Power supply in electrical networks is essential for human development. Therefore, distribution networks demand efficiency in processes involving the supply of electrical energy. This paper examines and describes the modeling of the structure of electrical networks through graphs, as well as the implementation of the algorithms of Kruskal, Reverse-Delete, Prim and Borůvka. For the analysis of the algorithms, three distribution systems with distinct characteristics were used. The subsequent comparison indicated that Prim's Algorithm displays more balanced configurations in terms of minimization of the impedance and a more even partitioning of the load between the feeders when applied to networks with more than one feeder, although the other three algorithms were able to find solutions with a lower total impedance.

**Keywords:** Electrical Power Distribution. Reconfiguration of Distribution Networks. Minimum Spanning Tree

---

<sup>1</sup>Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI), Laboratório de Inteligência Aplicada – LIA – Itajaí – SC – Brasil, E-mail: alexrese@outlook.com

<sup>2</sup>Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI), Laboratório de Inteligência Aplicada – LIA – Itajaí – SC – Brasil, E-mail: fernandoconcatto@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI), Laboratório de Inteligência Aplicada – LIA – Itajaí – SC – Brasil, E-mail: rteive@univali.br

## 1 Introdução

O fornecimento de energia em redes de distribuição elétrica é essencial para o desenvolvimento humano, sendo a principal fonte de luz, calor e força. Quando há uma interrupção no abastecimento de energia elétrica, gera-se potenciais prejuízos para consumidores residenciais, comerciais, industriais, transportes e etc. Sendo assim, tais eventos devem ser evitados com planejamento adequado, investimentos elevados e uso de inteligência operacional (ANEEL, 2008).

Segundo o censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2010, cerca de 97,8% das residências brasileiras recebem o serviço de energia elétrica (BRASIL, 2011). Com o crescimento da demanda elétrica, é possível afirmar que o planejamento, operação e manutenção dos sistemas elétricos de potência está cada dia mais complexo, além de um evidente aumento de interligações para atender estas demandas.

Os centros de supervisão e controle dos sistemas de distribuição de energia elétrica gerenciam grandes redes, que abrangem uma vasta extensão geográfica. Uma boa estratégia de operação desses sistemas consiste em decisões que minimizem perdas, isolem a falha e reduzam o tempo de indisponibilidade dos ativos da rede elétrica. Dentre as técnicas para redução das perdas, a reconfiguração de redes de distribuição é uma das estratégias mais aplicadas pelas concessionárias de energia elétrica, a qual permite a utilização de recursos já existentes no sistema, tornando o custo menor e evitando novos investimentos (SOUZA; MANTOVANI, 2008).

A reconfiguração das redes elétricas tem como principais finalidades: reduzir as perdas de energia, melhorar o perfil de tensão para os consumidores, aumentar os níveis de confiabilidade ou restabelecer o fornecimento de energia em situações de contingência. Os sistemas de distribuição de energia elétrica devem operar de forma confiável e econômica, respeitando tanto as restrições de carga como as restrições operacionais. Quando o sistema

está operando normalmente, a reconfiguração pode ser aplicada para aumentar sua eficiência e/ou diminuir seu custo operacional (ARANHANA NETO, 2006).

O sistema de distribuição de energia elétrica é modelado por meio de conexões, as quais podem ser normalmente abertas (NA) ou normalmente fechadas (NF), alterando o fluxo de potência e a topologia da rede conforme as necessidades e prioridades definidas pela distribuidora de energia. Assim, a reconfiguração da rede de distribuição permite a transferência de cargas entre os alimentadores sobrecarregados, ou mesmo o abastecimento de consumidores prioritários (BARAN; WU, 1989).

As redes de distribuição de energia podem ser representadas por grafos, onde os vértices correspondem a entidades ou barras do sistema elétrico e as arestas (ou arcos) a ligação entre um par de entidades, representando as linhas de distribuição de energia. Desta maneira, é possível utilizar algoritmos que agem sobre esse tipo de estrutura, como aqueles que obtêm o caminho com menor peso total que atinge todos os vértices. Com o intuito de fazer uma análise comparativa de desempenho, foram analisados os resultados obtidos através da aplicação de quatro algoritmos: (i) Kruskal; (ii) Exclusão Reversa; (iii) Prim e (iv) Borůvka (KLEINBERG; TARDOS, 2006; KRUSKAL, 1956; PRIM, 1957; NEŠETŘIL; MILKOVÁ; NEŠETŘILOVÁ, 2001).

Neste sentido, este artigo está dividido nas seguintes seções: (i) Definições do Problema, onde são apresentadas as estratégias abordadas para a modelagem e definição do problema; (ii) Árvore Geradora Mínima, nesta etapa são descritos os algoritmos implementados; (iii) Estudos de Caso, esta etapa apresenta dois sistemas de distribuição utilizados na literatura; (iv) Análises e Resultados, onde são analisados os resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos e (v) Considerações Finais, onde são apresentados os comentários sobre os resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos da Árvore Geradora Mínima para o problema de distribuição de energia.

Este estudo é uma versão estendida de um

artigo já publicado Computer on the Beach 2017 (RESE et al., 2017). As extensões em relação ao trabalho original incluem a implementação e a incorporação do Algoritmo de Borůvka na análise de experimentos, a inclusão de uma nova rede de distribuição como estudo de caso adicional e uma descrição mais profunda do funcionamento dos algoritmos, apresentando suas peculiaridades no contexto deste estudo.

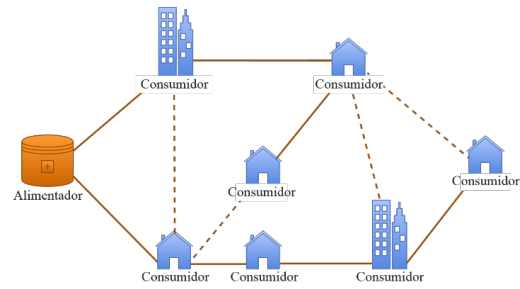
## 2 Definições do Problema

As redes de distribuição de energia elétrica operam normalmente de forma radial, com o propósito de facilitar aspectos de proteção e diminuir custos com equipamentos, além de serem capazes de assumir diversas topologias através da alteração do chaveamento das ligações e do fluxo de abastecimento. Desta forma, estas estruturas podem ser representadas computacionalmente por grafos ( $G = V, E$ ), onde os postes são os elementos ( $V$ ) e as linhas são representadas pelas relações ( $E$ ) entre os vértices (BONDY; MURTY, 1976).

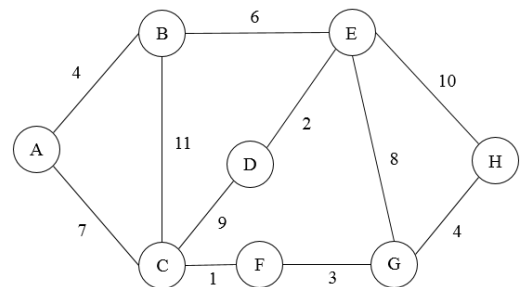
Mais especificamente, as redes de distribuição, em função da radialidade, operam como árvores (ou seja, grafos acíclicos). Além disso, como uma rede de distribuição deve idealmente atingir todos os clientes, a árvore deve também ser geradora.

Os sistemas de distribuição abastecem os consumidores através de um fluxo de potência, transferindo energia de um ponto a outro, sendo possível alterar o fluxo do fornecimento através do chaveamento de chaves NF e NA. Portanto, a estrutura pode ser modelada através de grafos ponderados não dirigidos. Um exemplo da estrutura básica de um sistema de distribuição pode ser observada na Figura 1, enquanto sua representação através de grafos é apresentada na Figura 2.

Na Figura 1 é apresentado o modelo da rede de distribuição, o qual é composto por um alimentador e sete consumidores, sendo as linhas tracejadas a representação das chaves NAs e a linhas sólidas as NFs. A representação deste sistema através de grafos é exibida na Figura 2,



**Figura 1:** Representação do sistema de distribuição de energia.



**Figura 2:** Representação do sistema de distribuição através de grafos.

sendo o alimentador o vértice A e os demais os consumidores.

## 3 Árvore Geradora Mínima

Uma Árvore Geradora Mínima (AGM) é um subgrafo de um grafo não direcionado ponderado, conectando todos os vértices sem ciclos e com a menor soma de pesos das arestas. Dado um grafo  $G = (V, E)$ , somente  $|V| - 1$  arestas são necessárias para fornecer um caminho entre qualquer par de vértices (KLEINBERG; TARDOS, 2006). Tais critérios são condizentes com as restrições impostas sobre redes de distribuição de energia elétrica radiais, onde o peso de uma aresta pode representar algum aspecto das conexões que deseja-se minimizar, como o custo ou a chance de falha, por exemplo.

Nesta seção são descritos os algoritmos e as estratégias que os mesmos utilizam para encontrar a AGM em grafos sendo: (i) Algoritmo de Kruskal; (ii) Algoritmo de Exclusão Reversa; (iii) Algoritmo de Prim e (iv) Algoritmo de Borůvka.

### 3.1 Algoritmo de Kruskal

O algoritmo de Kruskal consiste em selecionar uma aresta por vez, sendo adicionada à solução em ordem crescente de seus pesos. Uma aresta só pode ser incorporada à solução se ela não formar um ciclo com as arestas já inseridas anteriormente. O algoritmo é finalizado quando todos os vértices do grafo original tiverem sido atingidos (KRUSKAL, 1956; SUDHAKAR; SRINIVAS, 2011; SUDHAKAR, 2012). Na Figura 3 é apresentada a execução do algoritmo de Kruskal.

Na Figura 3 o primeiro passo do algoritmo consiste em selecionar a aresta de menor peso, sendo entre os vértices C e F e adicionar à solução. No segundo passo é inserido na solução a aresta entre os vértices D e E, seguido da aresta entre F e G. Quando existem duas ou mais arestas com o mesmo peso e ambas não geram ciclo, a seleção é realizada de maneira arbitrária. A execução continua selecionando as arestas de menor peso que ainda não foram adicionadas à solução e não gerem ciclo.

A verificação de existência de ciclos pode ser realizada através da estrutura de dados *disjoint-set*, que oferece suporte às operações de busca, que determina a qual subconjunto um elemento pertence, e união, que transforma dois conjuntos em um único, contendo os elementos de ambos. Se dois vértices  $u$  e  $v$  pertencerem a subconjuntos diferentes, então a adição da aresta  $\{u, v\}$  à solução não gerará um ciclo. Esta adição conecta os componentes aos quais  $u$  e  $v$  pertencem; assim, uma operação de união entre os conjuntos de  $u$  e  $v$  é necessária para manter a estrutura de dados condizente com a situação do grafo. Inicialmente, cada vértice pertence a um conjunto contendo apenas ele próprio.

Na Figura 3 é apresentada a solução encontrada pelo algoritmo de Kruskal, sendo as arestas em verde o caminho da AGM. O uso da estruturas de dados *disjoint-set* permite que o algoritmo execute em tempo  $O(|E|\log|V|)$ .

---

#### Algoritmo 1: Kruskal (G)

---

```

1  $S \leftarrow \{\}$ 
2  $G.E \leftarrow \text{ordemCrescenteDePesos}(G.E)$ 
3 foreach  $v \in G.V$  do
4    $\lfloor \text{subconjuntos}[v] \leftarrow -1$ 
5 foreach  $\{u, v\} \in G.E$  do
6    $x \leftarrow \text{busca}(\text{subconjuntos}, u)$ 
7    $y \leftarrow \text{busca}(\text{subconjuntos}, v)$ 
8   if  $(x \neq y)$  then
9      $S \leftarrow S \cup \{\{u, v\}\}$ 
10     $\lfloor \text{uniao}(\text{subconjuntos}, x, y)$ 
11 return  $S$ 

```

---

### 3.2 Algoritmo de Exclusão Reversa

Na Exclusão Reversa ou Reverse-Delete Algorithm (RDA) é realizado o processo de remoção das arestas de maior peso do grafo, basicamente funcionando de maneira inversa ao algoritmo de Kruskal (KLEINBERG; TARDOS, 2006). A solução é inicializada com toda a estrutura do grafo e a cada iteração é removida uma aresta da estrutura; este processo é realizado até a AGM estar completa. A remoção da aresta só é mantida se o grafo permanecer conexo. A formulação em pseudocódigo deste procedimento é apresentada no Algoritmo 2.

---

#### Algoritmo 2: ExclusaoReversa (G)

---

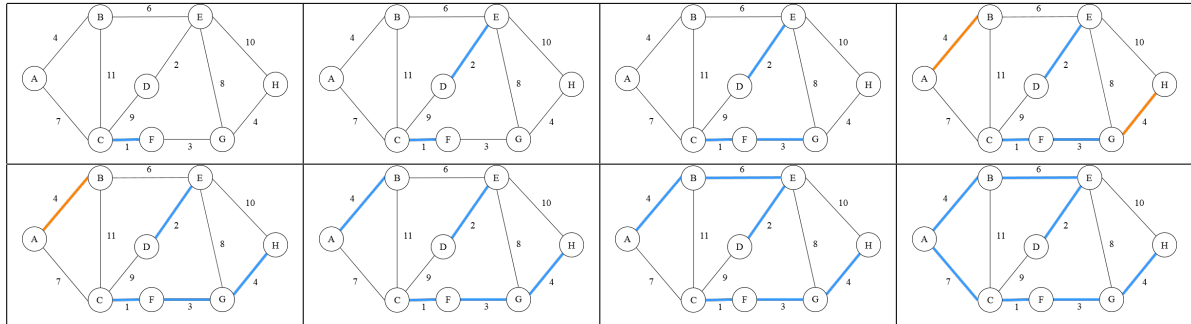
```

1  $G.E \leftarrow \text{ordemDecrescenteDePesos}(G.E)$ 
2  $S \leftarrow G$ 
3 foreach  $e \in G.E$  do
4    $A \leftarrow S$ 
5    $A.E \leftarrow A.E \setminus \{e\}$ 
6   if  $(\text{conexo}(A))$  then
7      $\lfloor S \leftarrow A$ 
8 return  $S$ 

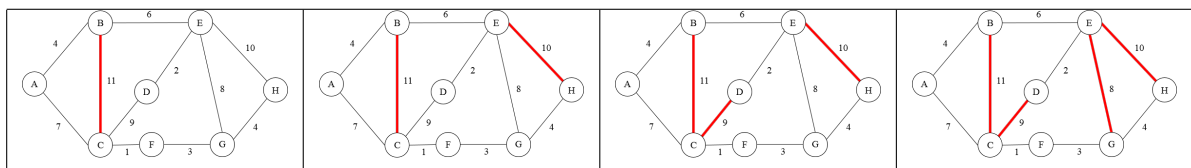
```

---

O primeiro quadro da Figura 4 exhibe a exclusão da aresta de maior peso do grafo entre os vértices B e C. O processo de remoção é repetido até que cada vértice tenha somente uma ligação com a estrutura. O último quadro da Figura 4 apresenta a solução com a aplicação do algoritmo de Exclusão Reversa, sendo em vermelho as arestas removidas. O algoritmo executa com complexidade



**Figura 3:** Execução do algoritmo de Kruskal.



**Figura 4:** Execução do algoritmo de Exclusão Reversa.

de  $O(|E|\log|V|(\log \log|V|)^3)$ .

### 3.3 Algoritmo de Prim

O algoritmo de Prim parte da escolha inicial de um vértice, e a partir deste tem por objetivo identificar o menor caminho passando por todos os vértices do grafo. Assim dado um vértice inicial ( $v_1$ ) é mapeado o vizinho de menor custo ( $v_2$ ); em seguida, o vértice de menor custo que seja adjacente de  $v_1$  ou  $v_2$  é selecionado. Este processo é realizado até que todos os vértices tenham sido visitados (PRIM, 1957; SUDHAKAR; SRINIVAS, 2010; SUDHAKAR, 2012). No Algoritmo 3 é apresentada a descrição do algoritmo de Prim.

O algoritmo de Prim recebe um vértice para começar a execução (no exemplo da Figura 5 foi definido A como o vértice inicial). Em sequência são verificadas as arestas adjacentes de A, sendo B com peso 4 e C com peso 7; então, é selecionada a aresta com menor custo (aresta entre A e B com peso 4). Em seguida, são verificados os adjacentes aos vértices A e B e selecionada a aresta de menor peso que não atinja um vértice já visitado. Este processo é realizado até que todos os vértices estejam na solução. Na Figura 5 é apresentado a AGM com a aplicação deste algoritmo.

A complexidade do algoritmo de Prim uti-

#### Algoritmo 3: Prim (G)

```

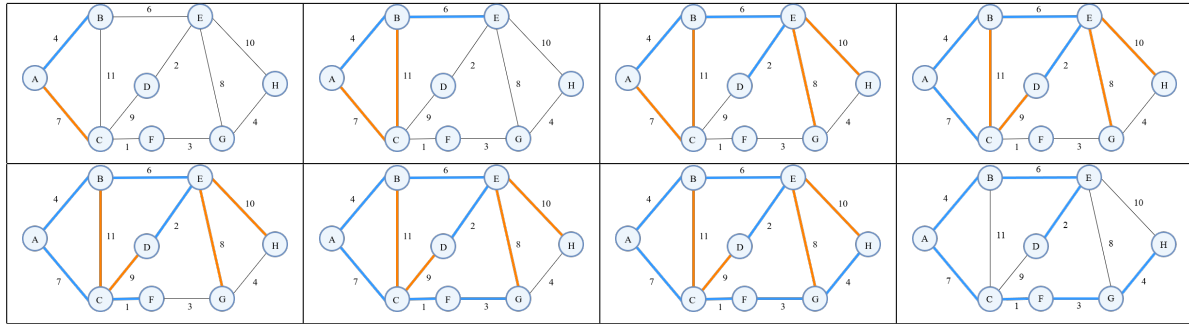
1  $S.E \leftarrow \{\}$ 
2  $S.V \leftarrow \{v\}$ 
3 while  $S \neq G.V$  do
4    $E \leftarrow adjacentesDoSubgrafo(S, G)$ 
5    $E \leftarrow ordemCrescenteDePesos(E)$ 
6   foreach  $(u, v) \in E$  do
7     if  $(u, v) \notin S.E$  then
8       if  $v \notin S.V$  then
9          $S.E \leftarrow S.E \cup \{(u, v)\}$ 
10         $S.V \leftarrow S.V \cup \{v\}$ 
11        break
12 return  $S$ 

```

lizando pesquisa em matriz de adjacências fica em  $O(|V|^2)$ . Se estruturas mais eficientes como heap fibonnaci forem utilizadas, em conjunto com o uso de lista de adjacências, sua execução pode melhorar para  $O(|E| + |V|\log|V|)$ .

### 3.4 Algoritmo de Borůvka

O algoritmo de Borůvka é o mais antigo algoritmo para encontrar a árvore geradora mínima de um grafo, sendo publicada antes mesmo do surgimento dos primeiros computadores. O algoritmo proposto por Borůvka foi publicado em 1926 no artigo intitulado 'O jis-



**Figura 5:** Execução do algoritmo de Prim.

tém problému minimálním' (On a Certain Minimal Problem) que descrevia um algoritmo capaz de encontrar uma árvore geradora mínima para uma rede de distribuição de energia elétrica (NEŠETŘIL; MILKOVÁ; NEŠETŘILOVÁ, 2001).

O algoritmo proposto por Borůvka consiste em um procedimento iterativo, onde é realizada a seleção de arestas de menor custo externas a cada componente (conjunto de vértices conectados), seguida pela união dos componentes que foram conectados pelas arestas selecionadas, até que apenas um componente remanesça na solução. Inicialmente, um componente é criado para cada vértice, contendo apenas o próprio. A representação gráfica deste procedimento pode ser observada na Figura 6, onde o primeiro quadro apresenta a seleção de uma aresta de custo mínimo adjacente a cada um dos vértices, seguida da união dos componentes; na sequência, ocorre uma nova seleção de arestas, e o algoritmo termina com a união dos três componentes para formar a AGM.

Computacionalmente, é possível aplicar a estrutura de dados *disjoint-set* para realizar a escolha das arestas externas, pois assim como no algoritmo de Kruskal (descrito na Seção 3.1), a inclusão de uma aresta  $\{u, v\}$  onde  $u$  e  $v$  pertencem ao mesmo subconjunto acarretaria no surgimento de um ciclo, violando a restrição de aciclicidade das árvores.

A sequência de operações do Algoritmo de Borůvka sumarizada em forma de pseudocódigo pode ser visualizada no Algoritmo 4. A complexidade computacional deste algoritmo é de ordem  $O(|E|\log|V|)$ , assim como o Algoritmo de Kruskal.

---

#### Algoritmo 4: Borůvka (G)

---

```

1 criar um componente para cada vértice em G
2  $S \leftarrow \{\}$ 
3 while há mais de um componente do
4   foreach  $c \in$  componentes do
5      $\{u, v\} \leftarrow$  aresta externa à  $c$ 
6       com custo mínimo
7      $S \leftarrow S \cup \{\{u, v\}\}$ 
8    $unirComponentes()$ 
9 return  $S$ 

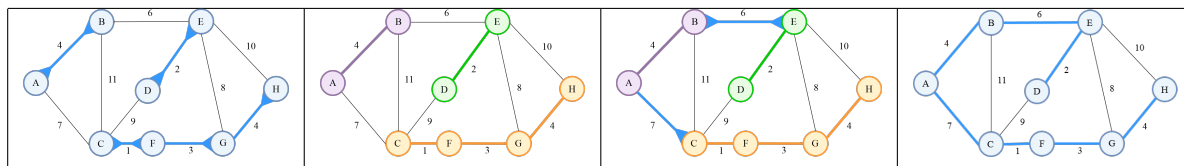
```

---

### 3.5 Adaptações para Múltiplos Alimentadores

Redes de distribuição de energia elétrica tipicamente incluem mais de um alimentador, tornando possível a recuperação do abastecimento de regiões que foram desconectadas de um alimentador devido a uma falha em uma das linhas, a qual pode ser causada por um curto-circuito ou pela queda de uma árvore, por exemplo. Um benefício adicional consiste na capacidade de distribuir a demanda dos consumidores entre os alimentadores, evitando que um deles fique sobrecarregado. Entretanto, um mesmo consumidor não pode ser receber energia de mais de um alimentador ao mesmo tempo, pois tal situação violaria a restrição de radialidade da rede (RESE et al., 2017).

No contexto deste estudo, a presença de múltiplos alimentadores demanda adaptações nos algoritmos que encontram a Árvore Geradora Mínima, pois a existência de um caminho entre um par de alimentadores é inadmissível. Este critério faz com que grafos representati-



**Figura 6:** Execução do algoritmo de Borůvka.

vos de configurações aceitáveis de redes com múltiplos alimentadores sejam desconectados, contendo um número de componentes conectados igual à quantidade de alimentadores, ao invés de apenas um, como no caso mais simples. Assim, a Árvore Geradora Mínima de um sistema com  $k$  alimentadores deverá conter exatamente  $|V| - k$  arestas, pois a adição de qualquer aresta a um grafo nesta condição irá: (i) gerar um ciclo, como no caso de redes com apenas um alimentador, ou (ii) fazer com que um alimentador seja atingível a partir de outro; ambos os casos tem por consequência a violação da restrição de radialidade. Naturalmente, esta definição se mantém para redes de distribuição que contém apenas um alimentador ( $k = 1$ ), pois o problema seria reduzido para a Árvore Geradora Mínima clássica (discutida na Seção 3) que deve conter  $|V| - 1$  arestas.

Uma possível adaptação para tratar destas novas características do problema consiste na adição de um novo vértice na rede que possua  $k$  arestas, cada uma conectando-o com um alimentador diferente. Como este vértice é puramente utilitário e não representa nenhum dispositivo real, caminhos que passam por ele não existirão na rede de distribuição física, evitando que a radialidade seja violada. Com esta abordagem, nenhuma modificação é necessária nos algoritmos, apenas na rede (BEZ; TEIVE, 2016).

Por outro lado, é possível também evitar mudanças na rede de distribuição e aplicar pequenas alterações em cada um dos algoritmos para impedir a geração de soluções inadmissíveis. Para os algoritmos apresentados nesta seção, as adaptações necessárias consistem em:

- **Kruskal e Borůvka:** além de não gerar ciclo, a aresta selecionada não pode co-

nectar dois componentes que incluem um alimentador entre seus elementos;

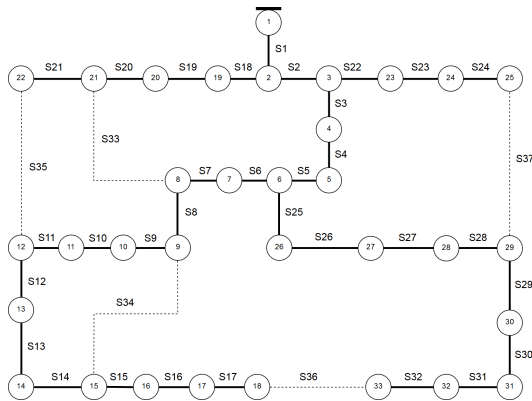
- **Exclusão Reversa:** um segundo estágio é incorporado ao algoritmo básico. Após a obtenção da AGM básica, este passo deve remover as  $k - 1$  arestas remanescentes entre os alimentadores de maior peso, desconectando o grafo;
- **Prim:** o algoritmo é dividido em  $k$  instâncias de si mesmo, cada uma partindo de um alimentador diferente e executando de maneira paralela. Além de ser externa ao componente, a aresta selecionada em cada passo não pode possuir uma extremidade em outro componente.

## 4 Estudos de Caso

Para analisar os algoritmos da AGM foram utilizados dois estudos de caso, sendo: (i) Sistema 33 Barras; (ii) Sistema 16 Barras; e (iii) Sistema 66 Barras, todos os três conhecidos na literatura internacional e comumente utilizados na análise de redes de distribuição e reconfiguração (BARAN; WU, 1989; PAVANA; TRIVENI, 2015; SUDHAKAR, 2012; RESE et al., 2017; CIVANLAR et al., 1988).

### 4.1 Sistema 33 Barras

O primeiro estudo de caso é composto por um alimentador (representado na rede pelo vértice 1), 5 chaves de interconexão (chaves NA) e 32 chaves seccionadoras (chaves NF) (BARAN; WU, 1989). Para o estudo desta rede, foi considerada a existência de uma chave seccionadora para cada aresta do sistema de distribuição, onde para o peso das ligações foi considerada a impedância. A Figura 7 apresenta a configuração padrão do Sistema 33 Barras.

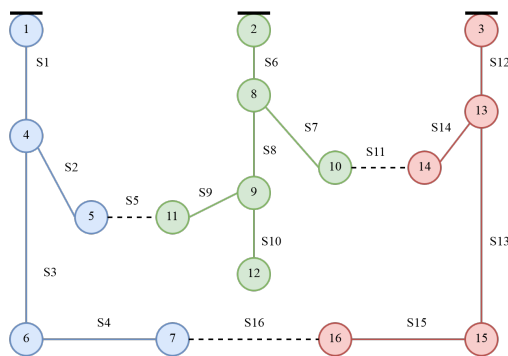


**Figura 7:** Configuração padrão do Sistema 33 Barras.

Conforme observado na Figura 5 cada uma das ligações está marcada com um identificador (S1, S2, ..., S37), onde são apresentados os valores da impedância ( $\sqrt{r^2 + x^2} = z$ ) de cada barra. O atributo de cada uma destas conexões é exibido na Tabela 5, sendo a primeira coluna a identificação de cada aresta (Barra) e a segunda a impedância (Z).

#### 4.2 Sistema 16 Barras

O segundo estudo de caso é composto por três alimentadores (1, 2, 3), cada um com um disjuntor, três chaves de interconexão (chaves NA) e 13 chaves seccionadoras (chaves NF). Para efeitos de simplificação, foi considerada a existência de uma chave seccionadora para cada linha de distribuição, sendo o peso das barras a sua impedância.



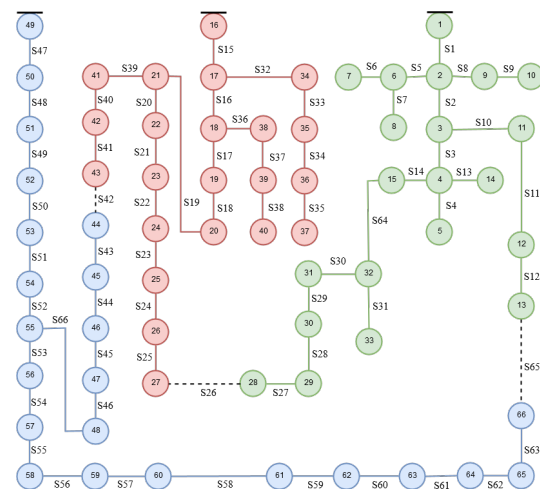
**Figura 8:** Configuração padrão do Sistema 16 Barras.

Na Figura 8 pode ser observada a configuração padrão desta rede, sendo o subgrafo

em azul os consumidores atendidos pelo alimentador 1, em verde pelo alimentador 2 e em vermelho pelo alimentador 3. A Tabela 4 apresenta os valores da impedância para cada aresta da rede, onde a primeira coluna apresenta a identificação da aresta (Barra) e a segunda a impedância (Z).

#### 4.3 Sistema 66 Barras

O terceiro estudo de caso é uma rede de distribuição sugerida no trabalho de Aranha Neto (2006), onde o cenário foi formado por três sistemas de distribuição utilizados na literatura internacional. O primeiro Sistema é composto por 14 Barras (DAS; KOTHARI; KALAM, 1995), o segundo pelo Sistema 33 Barras (BARAN; WU, 1989) e o terceiro pelo Sistema 16 Barras (CIVANLAR et al., 1988).



**Figura 9:** Configuração padrão do Sistema 66 Barras.

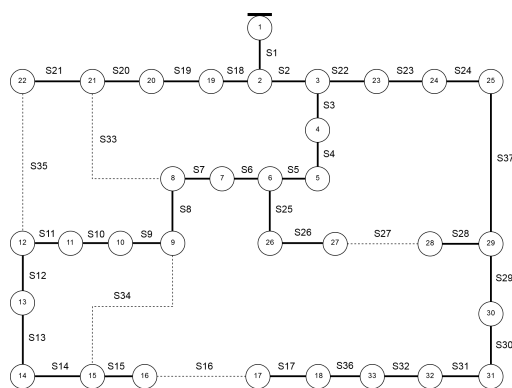
Este sistema de distribuição artificial é composto por três alimentadores, onde na Tabela 6 são apresentados os dados da impedância para cada aresta da rede do Sistema 66 Barras. Para a análise de comportamento entre os algoritmos adaptados da AGM descritos anteriormente, foram consideradas todas as conexões do sistema 66 barras como chaves seccionadoras, permitindo alterar entre NA e NF, visto que na proposta original somente foram consideradas 7 chaves seccionadoras.



## 5 Análises e Resultados

Esta seção tem por objetivo apresentar o processo de análise dos algoritmos implementados para o problema da AGM, aplicado a redes de distribuição de energia elétrica.

O primeiro estudo de caso apresenta apenas um alimentador dentro da estrutura ( $k = 1$ ), permitindo a aplicação direta dos algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa, Prim e Borůvka, sem nenhum tipo de modificação. Na Tabela 1 é apresentado um comparativo entre os algoritmos e a configuração padrão do Sistema 33 barras. A primeira coluna é a identificação da configuração, a segunda as chaves que ficaram abertas, a terceira a impedância total e a última a diferença da impedância em relação à configuração padrão. A configuração obtida é apresentada graficamente na Figura 10.



**Figura 10:** Prim, Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka - Reconfiguração Sistema 33 Barras.

Por meio dos resultados apresentados, é possível observar que todos os algoritmos obtiveram configurações de rede com o mesmo custo total. Este comportamento se deve ao fato de que todos os quatro algoritmos (em suas formas originais) são exatos, isto é, sempre encontrarão uma árvore geradora cujo custo total é inferior a todas as outras, independentemente do tamanho ou topologia do grafo (desde que o mesmo seja não dirigido e conexo). Para esta rede em particular, as arestas selecionadas para compor a AGM foram idênticas para todos os algoritmos, pois entre os conjuntos de arestas com pesos iguais  $\{S20, S32\}$ ,  $\{S36, S37\}$  e

$\{S33, S34, S35\}$ , o primeiro e o segundo estão totalmente presentes na AGM (NF), enquanto todos os elementos do terceiro conjunto fazem parte do conjunto de arestas removidas (NA). Por este motivo, não há como construir uma segunda árvore geradora mínima composta por um conjunto de arestas diferente do obtido para esta rede. Para outras redes com um alimentador, no entanto, as arestas selecionadas pelos algoritmos podem ser diferentes, mas a soma de seus pesos sempre será igual.

O segundo estudo de caso apresenta algumas peculiaridades, sendo composto por três alimentadores ( $k = 3$ ), permitindo a transferência de cargas entre os alimentadores quando necessário. Estratégias para tratar desta característica são discutidas na Seção 3.5; neste estudo, a abordagem adotada foi a adaptação dos algoritmos da AGM.

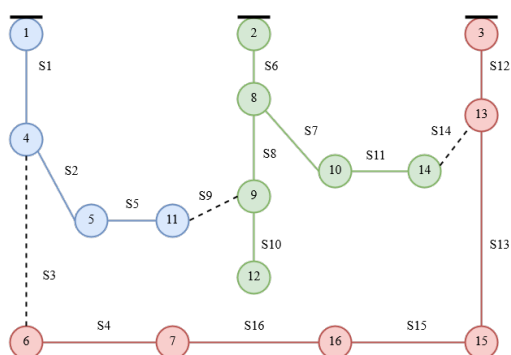
Na Tabela 2 é apresentado um comparativo entre os algoritmos e a configuração padrão do Sistema 16 Barras. A primeira coluna é a identificação da configuração, a segunda as chaves que ficaram abertas, a terceira a impedância do primeiro alimentador, seguida da impedância do segundo alimentador e do terceiro alimentador, na sexta coluna é apresentado a impedância total, na sétima coluna o desvio padrão de cada alimentador e na última a diferença da impedância em relação à configuração padrão.

Analisando as configurações obtidas pelos algoritmos, é possível inferir que todos os algoritmos melhoram a impedância total em relação à configuração padrão. A aplicação dos algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka encontram a mesma qualidade em todos os itens avaliados. Apesar de encontrado os melhores resultados para a impedância total, o desvio entre os alimentadores se mostrou levemente pior que a configuração padrão.

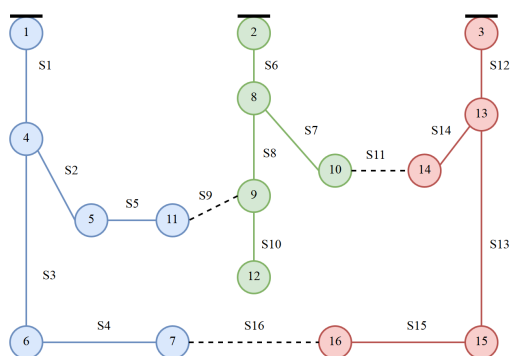
O Algoritmo de Prim não foi capaz de obter um valor de impedância total tão baixo quanto os outros três algoritmos, porém o desvio entre os alimentadores ficou próximo a 0. Este comportamento emerge da característica de orientação a vértices do Algoritmo de Prim, além de que a construção de cada componente é iniciada a partir dos vértices alimentadores, en-

quanto os algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka são orientados a arestas, inserindo ou excluindo-as conforme a natureza da técnica.

A representação visual para os algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka para o Sistema 16 Barras é apresentado na Figura 11, enquanto para o algoritmo de Prim é exibido na Figura 12. Para ambas as estruturas, a cor azul representa os vértices contemplados pelo primeiro alimentador, a cor verde para o segundo e a cor vermelha para o terceiro.



**Figura 11:** Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka - Reconfiguração Sistema 16 Barras.



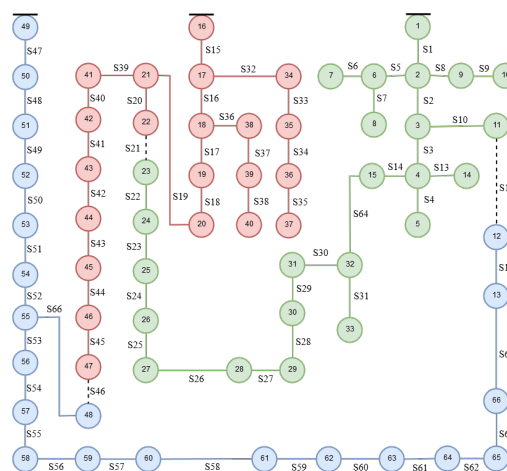
**Figura 12:** Prim - Reconfiguração Sistema 16 Barras.

O terceiro estudo de caso envolve o Sistema 66 barras, que também possui múltiplos alimentadores ( $k = 3$ ). Esta rede apresenta características peculiares, visto que a mesma é um agregado de estruturas de diferentes redes de distribuição de energia elétrica. Cada uma destas redes possui propriedades bastante particulares, sendo que as árvores do primeiro e do segundo alimentador, representadas na Fi-

gura 9 com cor azul e vermelha, respectivamente, possuem valores baixíssimos de impedância em suas linhas, enquanto a árvore do terceiro alimentador, o qual é representado graficamente com cor verde, possui linhas com impedâncias consideravelmente superiores em relação aos dois primeiros. Além disso, o conjunto de vértices (barras) da árvore do terceiro alimentador apresenta um grau médio notavelmente maior em relação às outras duas, característica esta evidenciada pela presença de dois vértices de grau 4 e três vértices de grau 3, enquanto que as árvores remanescentes são dominadas por vértices de grau 2.

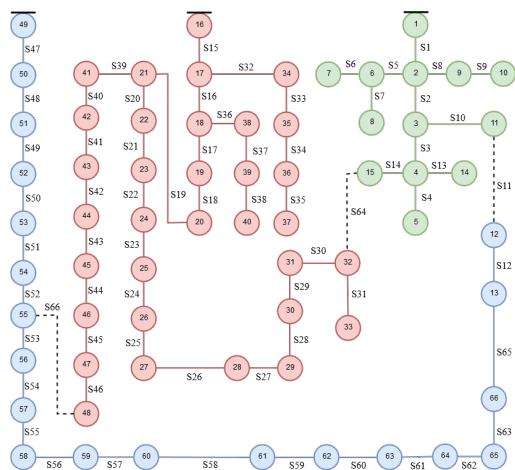
Para os algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka, o mesmo valor total para a impedância foi obtido, sendo inferior à configuração padrão; entretanto, os conjuntos de arestas selecionadas para compôr as novas configurações da rede apresentaram leves diferenças. Nas Figuras 14, 15 e 16, é apresentada a reconfiguração da rede para estes algoritmos. Para o Algoritmo de Prim, o valor total de impedância obtido foi superior ao de sua configuração padrão. A configuração obtida por este algoritmo pode ser observada na Figura 13.

Os resultados comparando os algoritmos para o Sistema 66 Barras podem ser analisados na Tabela 3, a qual possui a mesma estrutura de colunas que a Tabela 2, que apresenta os resultados obtidos com o Algoritmo de Prim.

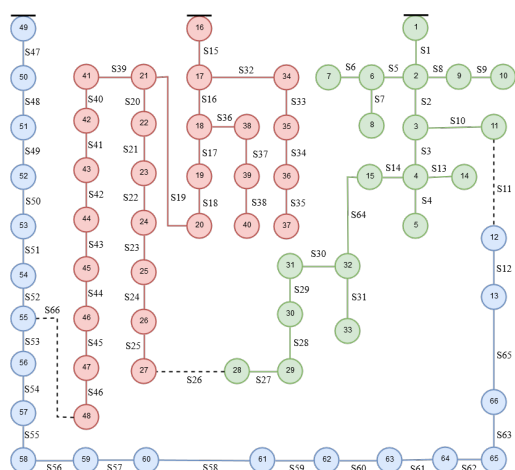


**Figura 13:** Prim - Reconfiguração Sistema 66 Barras.

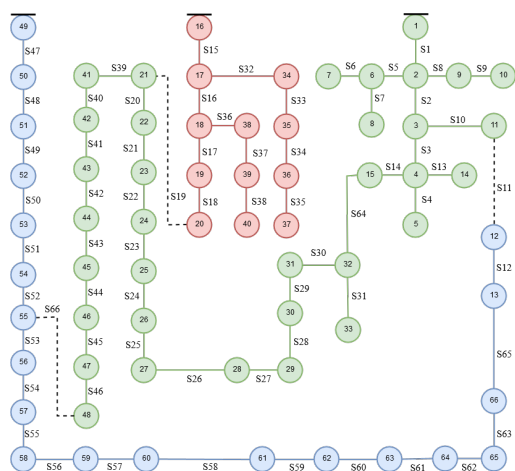
Analisando os resultados obtidos através da



**Figura 14:** Kruskal - Reconfiguração Sistema 66 Barras.



**Figura 15:** Exclusão Reversa - Reconfiguração Sistema 66 Barras.



**Figura 16:** Borůvka - Reconfiguração Sistema 66 Barras.

aplicação dos algoritmos da AGM sobre o Sistema 66 Barras, foi possível observar que o algoritmo de Prim apresenta uma melhor distribuição de vértices entre os alimentadores devido a característica do algoritmo ser baseado em vértices. Porém, devido as estruturas apresentarem cargas diferenciadas entre as conexões dos alimentadores, o desvio em relação aos outros algoritmos foi elevado. Percebe-se também que o algoritmo de Prim obtém componentes que contém uma quantidade similar de vértices, mesmo que a diferença em impedância nas linhas dos mesmos seja elevada. Tal comportamento é uma consequência da adaptação aplicada sobre o algoritmo para que o mesmo possa tratar de redes com múltiplos alimentadores, pois as  $k$  instâncias do algoritmo devem sempre selecionar uma aresta a cada iteração, mesmo que todas as arestas disponíveis possuam custo alto. Como há uma forte concentração de arestas com impedância elevada na região próxima ao terceiro alimentador, esta característica se mostra especialmente perceptível nesta rede.

Os algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Borůvka, no entanto, não possuem um "ponto de partida", como é o caso no Algoritmo de Prim. Esta característica permite que arestas entre quaisquer vértices da rede sejam selecionadas, independentemente de sua localização, desde que não causem uma violação nas restrições apresentadas nas Seções 2 e 3 deste trabalho. Desta maneira, os três algoritmos sempre realizarão a escolha ótima em relação à impedância das linhas a cada iteração, desconsiderando completamente o balanceamento de carga entre os alimentadores. Tal propriedade é evidenciada pelo valor total de impedância obtido pelos mesmos, o qual foi idêntico para todos os três e inferior tanto à configuração padrão quanto à configuração resultante da aplicação do algoritmo de Prim.

## 6 Considerações Finais

Pela observação dos aspectos analisados neste trabalho, as redes de distribuição de energia elétrica são constituídas por um sistema com-

**Tabela 1:** Reconfiguração do Sistema 33 Barras obtidos através da aplicação dos algoritmos da Árvore Geradora Mínima

Configuração	Chaves NA	Total(Z)	Diferença (Z)
Padrão	S33, S34, S35, S36, S37	27,637	-
Kruskal	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148
Exclusão Reversa	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148
Prim	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148
Borůvka	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148

**Tabela 2:** Reconfiguração do Sistema 16 Barras obtidos através da aplicação dos algoritmos da Árvore Geradora Mínima

Configuração	Chaves NA	A1 (Z)	A2 (Z)	A3 (Z)	Total(Z)	Desvio	Dif. (Z)
Padrão	S5, S11, S16	0,519	0,739	0,498	1,756	0,133	-
Kruskal	S3, S9, S14	0,318	0,640	0,555	1,512	0,167	- 0,244
E. Reversa	S3, S9, S14	0,318	0,640	0,555	1,512	0,167	- 0,244
Prim	S9, S11, S16	0,575	0,583	0,498	1,657	0,047	- 0,099
Borůvka	S3, S9, S14	0,318	0,640	0,554	1,512	0,167	- 0,244

**Tabela 3:** Reconfiguração do Sistema 66 Barras obtidos através da aplicação dos algoritmos da Árvore Geradora Mínima

Configuração	Chaves NA	A1 (Z)	A2 (Z)	A3 (Z)	Total(Z)	Desvio	Dif. (Z)
Padrão	S26, S42, S65	14,833	12,419	48,485	75,737	20,162	-
Kruskal	S11, S64, S66	17,467	23,226	32,049	72,742	7,344	- 2,995
E. Reversa	S11, S26, S66	17,467	16,838	38,437	72,742	12,293	- 2,995
Prim	S11, S21, S46	20,467	13,886	43,767	78,120	15,700	- 2,383
Borůvka	S11, S19, S66	17,467	5,305	49,970	72,742	23,092	- 2,995

plexo de elementos, que tem o intuito de fornecer energia desde onde foi gerada até o local onde é consumida. Essas redes complexas são fundamentais para o abastecimento de energia elétrica, visto que o desenvolvimento e sobrevivência de processos humanos estão diretamente ligados através do fornecimento deste recurso. Contudo, quando ocorre uma interrupção na distribuição de energia elétrica, deve-se agir de acordo com decisões que minimizem a duração da falha que causou o problema dentro da rede.

Este estudo apresentou a proposta de modelagem da rede de distribuição através da teoria dos grafos, apontando os principais algoritmos encontrados na literatura que buscam encontrar a AGM para realizar a reconfiguração de redes de distribuição. Em redes de distribuição

é importante deixar os alimentadores balanceados e equilibrados, além de manter uma folga na capacidade dos mesmos, para que estruturas vizinhas tenham a possibilidade de assumir uma carga extra caso aconteça uma anomalia na rede.

Na comparação entre os algoritmos implementados para este estudo, foi possível identificar que a adaptação do algoritmo de Prim apresenta configurações mais balanceadas quando utilizado em redes com mais de um alimentador, exceto em casos onde há uma distribuição de impedâncias muito variada nas linhas da rede, como é o caso no Sistema 66 Barras. Para estruturas com apenas um alimentador, todos os algoritmos encontram a mesma solução.

Analisando os resultados obtidos é possi-

vel inferir que um comportamento baseado em vértices, proporcionado pelo algoritmo de Prim, apresenta um maior controle na solução, enquanto nos demais algoritmos o comportamento baseado em arestas e componentes não garante este equilíbrio na solução quando se deseja encontrar ramos em uma rede. É possível observar que em redes maiores os algoritmos baseados em arestas ou componentes tendem a encontrar um valor de impedância total parecido ou igual, porém podem apresentar uma desarmonia entre as capacidades dos alimentadores.

### Referências

- ANEEL. Atlas de energia elétrica do Brasil. Brasília, p. 236, 2008.
- ARANHA NETO, E. A. C. Alocação de Chaves Automatizadas em Redes de Distribuição Utilizando Múltiplos Critérios. p. 125, 2006.
- BARAN, M.; WU, F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, apr 1989. ISSN 08858977. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/25627/>>.
- BEZ, D. M.; TEIVE, R. C. G. Análise de Algoritmos para Reconfiguração de Redes de Distribuição de Energia Elétrica. IEEE/AS International Conference on Industry Applications, Curitiba - PR, p. 8, 2016.
- BONDY, J.; MURTY, U. *Graph theory with applications*. Ontario, Canada: Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1976. 264 p. ISBN 0-444-19451-7.
- BRASIL, P. do. *Energia elétrica chega a 97,8% dos domicílios brasileiros, mostra censo demográfico*. 2011. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2011/11>>.
- CIVANLAR, S. et al. Distribution Feeder Reconfiguration for Loss Reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3, p. 1217–1223, 1988. ISSN 19374208.
- DAS, D.; KOTHARI, D.; KALAM, A. Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 17, n. 5, p. 335–346, 1995. ISSN 01420615.
- KLEINBERG, J.; TARDOS, É. *Algorithm Design*. 1st editio. ed. Boston, San Francisco. New York: Pearson Education, Inc. For, 2006. 1–824 p. ISBN 0-321-29535-8.
- KRUSKAL, J. B. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. In: *Proceedings of the American Mathematical Society*. [S.l.: s.n.], 1956. v. 7, n. 1, p. 48–48. ISBN DR000410 00029939 DI970657 97P0135I. ISSN 0002-9939.
- NEŠETRIL, J.; MILKOVÁ, E.; NEŠETRILOVÁ, H. Otakar Boruvka on minimum spanning tree problem: Translation of both the 1926 papers, comments, history. *Discrete Mathematics*, v. 233, n. 1-3, p. 3–36, 2001. ISSN 0012365X.
- PAVANA, D.; TRIVENI, M. T. Power System Restoration in Distribution Network Through Reconfiguration Using MST-Kruskal's Algorithm. *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, p. 295–299, 2015.
- PRIM, R. C. Shortest Connection Networks And Some Generalizations. *Bell System Technical Journal*, v. 36, n. 6, p. 1389–1401, 1957. ISSN 1538-7305. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1957.tb01515.x>>.
- RESE, A. L. R. et al. Algoritmos da Árvore Geradora Mínima para Reconfiguração de Redes de Distribuição de Energia Elétrica. In: *Anais do VIII Computer on the Beach*. Florianópolis, Santa Catarina: [s.n.], 2017. p. 10. Disponível em: <<http://siaiap32.univali.br/seer/index.php/acotb/article/view/10583/5937>>.
- SOUZA, F. A. D.; MANTOVANI, S. C. a. *Deteção de Falhas em Sistema de Distribuição*

*de Energia Elétrica Usando Dispositivos Programáveis*. 119 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista, 2008.

SUDHAKAR, T. D. Power Restoration in Distribution Network Using MST Algorithms. In: *New Frontiers in Graph Theory*. Chennai, India: InTech, 2012. p. 285–306. Disponível em: <<http://cdn.intechweb.org/pdfs/29863.pdf>>.

SUDHAKAR, T. D.; SRINIVAS, K. N. Prim's Algorithm for Loss Minimization and Service Restoration in Distribution Networks. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, v. 2, n. 1, p. 43—62, 2010.

SUDHAKAR, T. D.; SRINIVAS, K. N. Power system restoration based on Kruskal's algorithm. In: *Electrical Energy Systems (ICEES), 2011 1st International Conference on*. Chennai, India: IEEE, 2011. v. 02, p. 281–287. ISBN 9781612843797.

**A Valores de impedância para os Sistemas 16, 33 e 66 Barras**

**Tabela 4:** Valores das Conexões do Sistema 16 Barras

Barra	Impedância	Barra	Impedância
S1	0.125	S9	0.156
S2	0.136	S10	0.136
S3	0.201	S11	0.056
S4	0.056	S12	0.156
S5	0.056	S13	0.136
S6	0.156	S14	0.150
S7	0.156	S15	0.056
S8	0.136	S16	0.150

**Tabela 5:** Valores das Conexões do Sistema 33 Barras

Barra	Impedância	Barra	Impedância
S1	0.103	S20	0.630
S2	0.553	S21	1.175
S3	0.411	S22	0.546
S4	0.428	S23	1.144
S5	1.082	S24	1.138
S6	0.646	S25	0.228
S7	0.749	S26	0.319
S8	1.268	S27	1.412
S9	1.280	S28	1.067
S10	0.207	S29	0.570
S11	0.394	S30	1.370
S12	1.868	S31	0.477
S13	0.895	S32	0.630
S14	0.791	S33	2.828
S15	0.924	S34	2.828
S16	2.150	S35	2.828
S17	0.930	S36	0.707
S18	0.227	S37	0.707
S19	2.025	-	-

**Tabela 6:** Valores das Conexões do Sistema 66 Barras

Barra	Impedância	Barra	Impedância
S1	1.831	S34	0.168
S2	1.369	S35	0.503
S3	0.707	S36	0.204
S4	2.321	S37	0.806
S5	6.540	S38	0.803
S6	1.184	S39	0.041
S7	1.566	S40	0.081
S8	4.053	S41	1.121
S9	2.845	S42	3.000
S10	3.224	S43	0.258
S11	5.995	S44	0.949
S12	4.053	S45	0.096
S13	4.976	S46	0.116
S14	1.433	S47	0.009
S15	0.009	S48	0.243
S16	0.243	S49	0.134
S17	0.134	S50	0.145
S18	0.145	S51	0.671
S19	3.000	S52	0.035
S20	0.035	S53	0.506
S21	0.506	S54	1.061
S22	1.061	S55	1.090
S23	1.090	S56	0.039
S24	0.039	S57	0.140
S25	0.149	S58	3.000
S26	3.000	S59	0.293
S27	0.293	S60	0.293
S28	0.349	S61	0.557
S29	0.548	S62	1.662
S30	1.662	S63	0.536
S31	0.536	S64	3.000
S32	0.027	S65	3.000
S33	2.263	S66	3.000