

# 3

## Proposição de um Modelo Híbrido para a Predição do Tempo de Vida de Baterias utilizadas em Dispositivos Móveis

Lívia Bittencourt Gomes <sup>1</sup>, Julia Giehl Zart <sup>2</sup>, Douglas Joziel Bitencourt Freitas <sup>3</sup>, Airam Teresa Zago Romcy Sausen <sup>4</sup>, Paulo Sergio Sausen <sup>5</sup>.

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí) - PPGMM/Unijuí, Ijuí-RS, Brasil

### Resumo

Neste artigo é apresentada uma proposição de modelo híbrido para a predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis, formado pela união do modelo analítico Lei de Peukert Estendida e do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria. Após, o modelo híbrido proposto é implementado e validado através da comparação entre os resultados simulados pelo modelo e os dados experimentais de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po), obtidos de uma plataforma de testes. A partir da análise dos resultados é verificado que o modelo híbrido proposto obteve um bom desempenho, quando comparado a outros modelos híbridos da literatura técnica, apresentando um erro médio de 1,07% considerando descargas constantes e 1,97% considerando descargas variáveis.

**Palavras-chave:** modelagem matemática, lei de peukert estendida, baterias, estado de carga (*SOC*)

### Abstract

In this article is introduced a hybrid model proposition for the prediction of the life time of batteries used in mobile devices, formed by the combination of the analytical model peukert's law extended and the electric model Predicting *Runtime* and IV Performance of a battery. Afterwards, the proposed hybrid model is implemented and validated by comparing the results simulated by the model and the experimental data of Lithium Polymer Ion (Li-Po) batteries obtained from a test platform. From the analysis of the results it is verified that the proposed hybrid model obtained a good performance when compared to other models of the literature, presenting an average error of 1,07% considering constant discharges and 1,97% considering variable discharges.

**Keywords:** mathematical modeling, peukert's law extended, battery, state of charge (*SOC*)

---

<sup>1</sup>liviabgomes@yahoo.com.br

<sup>2</sup>julia\_zarte@hotmail.com

<sup>3</sup>douglasjoziel@outlook.com

<sup>4</sup>airam@unijui.edu.br

<sup>5</sup>sausen@unijui.edu.br

## 1 Introdução

Dispositivos móveis, tais como, smartphones, tablets e notebooks, possuem o tempo de funcionamento limitado pela duração da fonte de energia, ou seja, pelo tempo de vida das baterias recarregáveis que os alimentam. Diante desse fato, torna-se importante dispor de métodos para descrever o comportamento dinâmico da descarga, buscando prever o tempo de vida destas baterias. E uma das maneiras é por meio das técnicas de modelagem matemática a fim de entender e descrever o comportamento dinâmico destes sistemas a partir das suas características físicas, ou de um conjunto de dados experimentais.

Na literatura técnica são apresentados diversos modelos matemáticos de baterias que vêm sendo desenvolvidos e aprimorados nos últimos anos, entre eles destacam-se: os elétricos (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006), os analíticos (RAKHMATOV; VRUDHULA, 2001), os eletroquímicos (DUALFOIL, 2016), os via identificação de sistemas (AGUIRRE, 2007) e os híbridos (KIM, 2011; ZHANG et al., 2010). Dentre estes modelos, os híbridos são uma nova alternativa para a predição do tempo de vida de baterias, visto que conseguem unir dois ou mais modelos diferentes, agregando-lhes as vantagens de cada um.

Com a finalidade de representar a maior quantidade possível de características de um sistema real de descarga de baterias, (ZHANG et al., 2010) realizou a união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características de Tensão e Corrente (V-I) com o modelo analítico de Difusão de Rakhmatov e Vrudhula (RV). Dando sequência aos estudos, (KIM, 2011) efetuou a união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I com o modelo analítico *Kinetic Battery Model* (Ki-BaM).

Neste sentido, o objetivo do presente trabalho é propor um novo modelo híbrido (GOMES, 2017) para a predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis, composto pela união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I

(CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) e do modelo analítico Lei de Peukert Estendida (FREITAS, 2015). O modelo elétrico, captura as capacidades transientes dos modelos baseados em Thevenin, as características de corrente alternada dos modelos baseados em impedância e a informação do tempo de vida dos modelos baseados em *runtime* (i.e., tempo de execução). A Lei de Peukert Estendida é um dos modelos mais simples entre os analíticos e computacionalmente flexível.

Os dois modelos escolhidos se completam pois, os analíticos geralmente capturam os efeitos não lineares, contudo, não capturam a tensão e a corrente, que são características descritas pelos modelos elétricos. Este estudo se diferencia dos outros presentes na literatura porque utiliza o modelo analítico Lei de Peukert Estendida, aumentando a simplicidade do modelo híbrido, e também porque faz uso de dados reais para a estimação dos parâmetros e validação do modelo, obtidos de maneira experimental a partir de uma plataforma de testes.

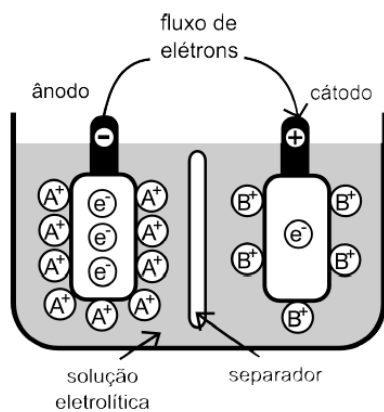
Este trabalho é uma extensão do artigo publicado na 7ª Conferência Sul em Modelagem Computacional (MC Sul- 2016) (GOMES et al., 2016), e engloba também a validação do modelo híbrido considerando tanto descargas constantes quanto descargas variáveis, além de uma análise mais aprofundada dos resultados e novas perspectivas de pesquisa.

O artigo está organizado conforme segue. Na Seção 2 são apresentados desdobramentos sobre propriedades das baterias e efeitos não lineares. Na Seção 3 é apresentada a modelagem matemática, com as considerações sobre os dois modelos que compõem o modelo híbrido proposto. Na Seção 4 é apresentada a metodologia para obtenção dos dados experimentais. Na Seção 5 é apresentada a estimação dos parâmetros do modelo híbrido proposto. Na Seção 6 é apresentada a validação do modelo híbrido proposto, considerando descargas constantes e variáveis. Na Seção 7 é apresentada a comparação do modelo com outros dois modelos híbridos da literatura. Na Seção 8 são apresentadas as considerações finais e as perspectivas para os trabalhos futuros.

## 2 Revisão Bibliográfica

Nesta seção são realizadas considerações conceituais gerais sobre as baterias, suas características e efeitos não lineares.

Uma bateria é constituída de um conjunto de células eletroquímicas acopladas em série, paralelo, ou ainda através de uma combinação de ambas, em função da capacidade e da tensão elétrica de saída que deseja-se obter (LINDEN; REDDY, 2002). Através de reações eletroquímicas, também chamadas de oxidação e redução (i.e., oxirredução), a energia química armazenada nos materiais constituintes da bateria é transformada em energia elétrica. A oxidação consiste em liberar elétrons, enquanto a redução é o processo que consome elétrons, sendo esta uma reação reversível em baterias recarregáveis, conforme Fig. 1.



**Figura 1:** Célula eletroquímica (em descarga) (BRONDANI, 2015)

A capacidade de uma bateria é a quantidade de carga elétrica armazenada, ou seja, ela varia de acordo com alguns fatores, tais como a intensidade da corrente de descarga, e o processo de descarga em função do tempo (BRONDANI, 2015). Desta forma, a capacidade da bateria depende dos efeitos não lineares, que influenciam no comportamento dinâmico do sistema. Um deles é o efeito de recuperação que consiste na reorganização dos elétrons no eletrólito, quando a corrente de descarga é nula ou reduzida significativamente, aumentando a capacidade efetiva da bateria.

Outro, é o efeito da taxa de capacidade, que

depende da capacidade atual da bateria e da intensidade da corrente de descarga (JORGENDEN; HAVERKORT, 2008). Assim, a capacidade efetiva é baixa para correntes de descargas altas, já que não há tempo suficiente para que os elétrons, no eletrólito, se reorganizem, o que reduz o tempo de vida da bateria. Além disto, a capacidade efetiva da bateria é ampliada em correntes alternadas, pois nas trocas de uma corrente para outra, ou em períodos sem corrente, acontece o efeito de recuperação, que pode aumentar a capacidade efetiva da bateria.

Cabe destacar, também, que o estado de carga da bateria (*SOC*) é definido como o percentual de capacidade máxima disponível na bateria, de modo que demonstra a capacidade e a energia útil que podem ser aproveitadas em um dado momento (PORCIUNCULA, 2012). A equação do *SOC* é dada por

$$SOC(t) = \frac{C_{disp}}{C_{máxima}} \quad (1)$$

onde:  $C_{disp}(t)$  é a capacidade disponível da bateria e  $C_{máxima}$  é a capacidade máxima da bateria.

## 3 Modelagem Matemática

Nesta seção são apresentados o modelo analítico Lei de Peukert Estendida e o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I, pois eles originam o modelo híbrido proposto.

### 3.1 Modelo Analítico Lei de Peukert Estendida

Proposta pelo engenheiro alemão Wilhelm Peukert em 1897, a Lei de Peukert captura a relação não linear entre a vida útil da bateria e a taxa de descarga, sendo um modelo funcional e de simples implementação computacional. De acordo com este modelo, o tempo de vida ( $L > 0$ ) de uma bateria pode ser aproximado pela expressão

$$L = \frac{a}{I^b}, \quad (2)$$

onde:  $I > 0$  é a corrente de descarga e,  $a$  e  $b$  são parâmetros que dependem do tipo de bateria utilizado. Tomando como base a Lei de Peukert, através da minimização funcional por comparação de derivadas, um novo modelo foi proposto por (FREITAS, 2015), denominado Lei de Peukert Estendida, cuja equação é dada a partir da Eq. (2), evidenciando  $I$  à esquerda,

$$I = \left(\frac{a}{L}\right)^{\frac{1}{b}}. \quad (3)$$

Calculando a derivada de 1ª ordem da Eq. (3), em função do tempo ( $L$ ),

$$\frac{dI}{dL} = -\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^{\frac{1}{b}}}{bL} \quad (4)$$

e, substituindo a Eq. (3) na Eq. (4), obtém-se

$$-L \frac{dI}{dL} - \frac{I}{b} = 0. \quad (5)$$

De modo análogo, calculando a derivada de 2ª ordem da Eq. (3), em função do tempo ( $L$ ),

$$\frac{d^2I}{dL^2} = \frac{\left(\frac{a}{L}\right)^{\frac{1}{b}}(b+1)}{b^2L^2} \quad (6)$$

e, substituindo a Eq. (3) na Eq. (6), obtém-se

$$L^2 \frac{d^2I}{dL^2} - \frac{I(b+1)}{b^2} = 0. \quad (7)$$

Na sequência, comparando as equações (5) e (7), obtém-se

$$L^2 \frac{d^2I}{dL^2} + L \frac{dI}{dL} - \frac{I}{b^2} = 0, \quad (8)$$

que é uma Equação Diferencial Ordinária (EDO), de 2ª ordem Euler-Cauchy, cuja solução geral é dada por

$$I = C_1 L^{\frac{1}{b}} + C_2 L^{-\frac{1}{b}}, \quad (9)$$

como  $L > 0$ , logo  $L^{\frac{1}{b}} > 0$ . Multiplicando a Eq. (9) por  $L^{\frac{1}{b}}$

$$IL^{\frac{1}{b}} = C_1 L^{\frac{2}{b}} + C_2, \quad (10)$$

e, através de manipulações algébricas, isolando o  $C_2$ , obtém-se

$$C_2 = IL^{\frac{1}{b}} - C_1 L^{\frac{2}{b}}. \quad (11)$$

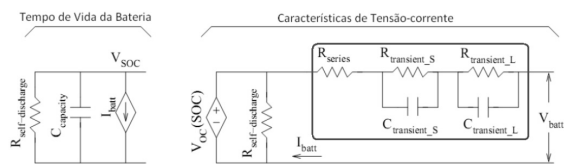
Conforme (FREITAS, 2015) é realizada a substituição da corrente de descarga  $I$  pela média ponderada das correntes ao longo do tempo ( $t_0 \leq t_k \leq t$ ), generalizando a Lei de Peukert Estendida, tanto para descargas constantes, quanto para descargas variáveis, através da expressão

$$C_2 = \left[ \left( \frac{1}{t-t_0} \right) \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \right] t^{\frac{1}{b}} - C_1 t^{\frac{2}{b}} \quad (12)$$

onde:  $i$  é a corrente de descarga,  $C_1$  é o coeficiente de ajuste não linear,  $C_2$  é a capacidade análoga a capacidade física da bateria,  $b$  é o coeficiente de Peukert e  $t$  é o tempo.

### 3.2 Modelo Elétrico Para Prever Runtime e Características V-I

O modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) é um modelo acurado e intuitivo, formado por dois circuitos separados, relacionados entre si por uma fonte de tensão e uma fonte de corrente, conforme Fig. 2. Este modelo combina as três categorias dos modelos elétricos e, desta forma, prevê o tempo de vida da bateria, o estado estacionário e a resposta transiente, além de capturar todas as características elétricas dinâmicas da bateria (BRONDANI, 2015).



**Figura 2:** Modelo Elétrico Prever *Runtime* e Características V-I (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006).

A capacidade utilizável é a energia extraída quando uma bateria é descarregada a partir de um estado carregado para uma tensão final de descarga. Alguns fatores que influenciam na quantidade de energia extraída: o número de ciclos, a corrente de descarga, o tempo de armazenamento e a temperatura (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006). Esta capacidade é

descrita através de um capacitor, um resistor de auto-descarga  $R_{self-discharge}$  e um resistor equivalente, dado pela soma da resistência em série ( $R_{series}$ ), resistência transiente de curta duração ( $R_{transienteS}$ ) e resistência transiente de longa duração ( $R_{transienteL}$ ) (PORCIUNCULA, 2012).

O capacitor  $C_{capacity}$  representa a carga total armazenada na bateria, sendo dado por

$$C_{capacity} = 3600 \cdot Capacity \cdot f_1(ciclo) \cdot f_2(temp) \quad (13)$$

onde:  $Capacity$  é a capacidade nominal em  $Ah$ ,  $f_1(ciclo)$  e  $f_2(temp)$  são fatores de correção dependentes do número de ciclos e da temperatura da bateria. Ao definir a tensão inicial  $V_{SOC}$  em  $C_{capacity}$  igual a  $1V$  ou  $0V$ , a bateria é inicializada em seu estado totalmente carregada ( $SOC$  de  $100\%$ ) ou totalmente descarregada ( $SOC$  de  $0\%$ ) (PORCIUNCULA, 2012). Assim, a fonte de tensão  $V_{OC}(V_{SOC})$  representa a dependência entre o estado de carga  $SOC$  e a tensão de circuito aberto  $V_{OC}$ . O resistor de auto-descarga  $R_{self-discharge}$  é utilizado para caracterizar a perda de energia de auto-descarga quando as baterias são armazenadas por um longo tempo e pode ser simplificado como um resistor de alto valor ou ignorado (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006).

A rede resistiva capacitiva (RC) consiste de um resistor  $R_{series}$  e duas redes paralelas compostas pelo resistor  $R_{transienteS}$  e o capacitor  $C_{transienteS}$ , e pelo resistor  $R_{transienteL}$  e o capacitor  $C_{transienteL}$ . O resistor  $R_{series}$  é responsável pela queda de tensão instantânea. As resistências  $R_{transienteS}$  e  $R_{transienteL}$  e capacitâncias  $C_{transienteS}$  e  $C_{transienteL}$  são utilizadas para descrever a resposta transiente de curta duração e longa duração, respectivamente (PORCIUNCULA, 2012). Assim,

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0 e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (14)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{-b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (15)$$

$$R_{transienteS}[SOC(t)] = c_0 e^{-c_1[SOC(t)]} + c_2 \quad (16)$$

$$C_{transienteS}[SOC(t)] = d_0 e^{d_1[SOC(t)]} + d_2 \quad (17)$$

$$R_{transienteL}[SOC(t)] = e_0 e^{e_1[SOC(t)]} + e_2 \quad (18)$$

$$C_{transienteL}[SOC(t)] = f_0 e^{f_1[SOC(t)]} + f_2. \quad (19)$$

A tensão  $V_{cell}$  é determinada pela tensão de circuito aberto  $V_{OC}$ , pela queda de tensão devido à impedância interna (resistência interna)  $Z_{eq}$ , e pela corrente de descarga  $i_{cell}$  dada pela equação

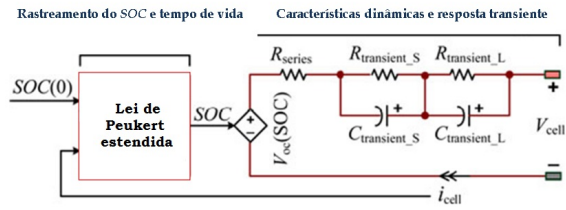
$$V_{cell} = V_{OC} - i_{cell} Z_{eq}. \quad (20)$$

Neste trabalho, os valores dos 24 parâmetros ( $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n$ ) das equações (14) até (19) pertencentes ao modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I foram obtidos do trabalho de (KIM, 2011), a partir do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para baterias de LiPo.

### 3.3 Modelo Híbrido Proposto

O modelo híbrido em questão é formado a partir da união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e do modelo analítico Lei de Peukert Estendida. O modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I descreve com precisão as características do circuito dinâmico da bateria, mas utiliza um capacitor constante para modelar a sua capacidade (ZHANG et al., 2010), que não considera os efeitos não lineares.

Então, os componentes responsáveis pelo  $SOC$  e o tempo de vida da bateria, no modelo elétrico, são substituídos por equações baseadas no modelo analítico Lei de Peukert Estendida. Esta alteração agrega ao modelo elétrico o efeito da taxa de capacidade, presente no modelo analítico, constituindo um novo modelo híbrido. O  $SOC$  será o responsável pela ligação do modelo analítico ao modelo elétrico, conforme Fig. 3.



**Figura 3:** Modelo Híbrido Proposto.

### 3.3.1 Equações do Modelo Híbrido Proposto

O modelo híbrido proposto considera um período total de  $t_0 < t < t_r$ , em que no período de  $t_0 < t < t_d$  (com  $t_d < t_r$ ) a bateria é descarregada com uma corrente constante  $i_{cell} = I > 0$ , e então repousa no restante do período, ou seja,  $t_d < t < t_r$ , com  $i_{cell} = 0$ . Como abordado na seção 2, o  $SOC$  é descrito por

$$SOC(t) = \frac{C_{disp}(t)}{C_{máxima}} \quad (21)$$

onde:  $C_{disp}(t)$  é a capacidade disponível da bateria e  $C_{máxima}$  é a capacidade máxima da bateria.

A capacidade disponível da bateria,  $C_{disp}(t)$ , é determinada por

$$C_{disp}(t) = C_{inicial} - l(t) - C_{indisp}(t), \quad (22)$$

onde:  $C_{inicial}$  é a capacidade inicial da bateria,  $l(t)$  é a carga total consumida pelo sistema dada por

$$l(t) = \int i_{cell}(t) dt. \quad (23)$$

Desta maneira, o  $SOC$  pode ser representado por

$$SOC(t) = SOC_{inicial} - \frac{1}{C_{máxima}} \left[ \int i_{cell}(t) dt + C_{indisp}(t) \right] \quad (24)$$

Na sequência, como  $C_2$ , na Eq. (12) da Lei de Peukert Estendida, representa a capacidade análoga da capacidade física da bateria, então

substituindo  $C_2$  na Eq. (24), obtém-se

$$SOC(t) = SOC_{inicial} - \frac{1}{C_2} \left[ \left[ \left( \frac{1}{t - t_0} \right) \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \right] t^{\frac{1}{b}} - C_1 t^{\frac{2}{b}} \right]. \quad (25)$$

A tensão do modelo é representada por

$$V_{cell}(t) = V_{oc}[SOC(t)] - i_{cell}(t) R_{series}[SOC(t)] - V_{transient}(t) \quad (26)$$

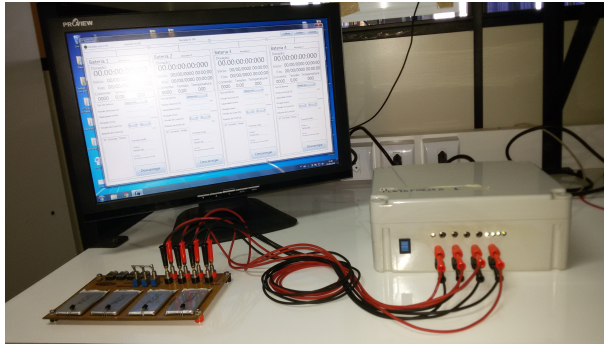
onde:  $V_{cell}(t)$  é a tensão,  $V_{oc}[SOC(t)]$  é a tensão de circuito aberto,  $R_{series}[SOC(t)]$  é a resistência em série e  $V_{transient}(t)$  é a tensão transiente. Os elementos da Eq. (26) são obtidos pelas equações do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Característica V-I apresentadas na Seção 3.2

## 4 Metodologia

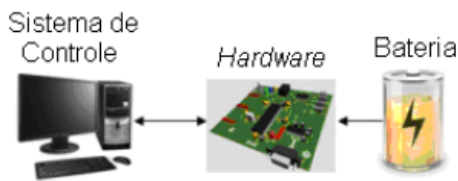
Nesta seção é apresentada a estimação dos parâmetros do modelo híbrido proposto para baterias de LiPo, modelo PL-383562-2C.

Nos ensaios experimentais foram utilizadas oito baterias novas em uma plataforma de testes, conforme Fig. 4, localizada no Laboratório de Sensores Inteligentes (LSI) do Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí) (NONE-MACHER et al., 2010). A plataforma, responsável pela descarga das baterias de LiPo, é constituída por três partes: (i) sistema de controle (software), (ii) hardware e (iii) bateria, conforme apresentada na Fig. 5.

Todas as coletas de dados seguiram uma mesma metodologia, tanto para o carregamento das baterias como para sua descarga. Os dados obtidos dos ensaios experimentais foram divididos em dois conjuntos, o primeiro com 16 perfis de descarga para a estimação dos parâmetros, e o segundo com 15 perfis de descarga para a validação do modelo, ambos contendo correntes baixas, médias e altas, dentro dos limites mínimo e máximo da bateria utilizada (FRANSOZI, 2015).



**Figura 4:** Plataforma de testes do Gaic.



**Figura 5:** Diagrama Plataforma de testes do Gaic (NONEMACHER et al., 2010).

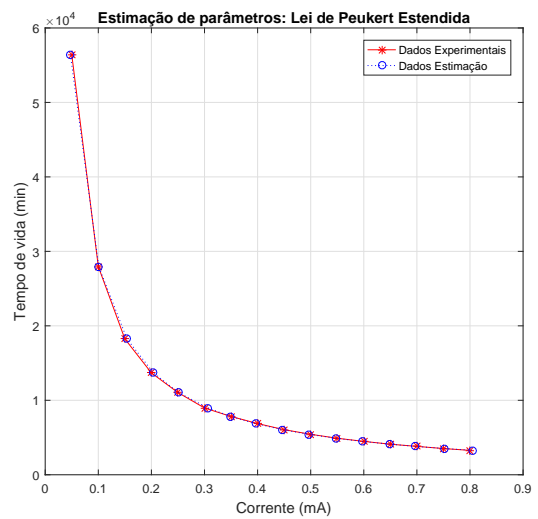
### 5 Estimação dos Parâmetros

Nesta seção, a estimação dos parâmetros do modelo híbrido proposto é apresentada.

O modelo híbrido proposto é formado de uma parte elétrica e de uma parte analítica, interligadas através do *SOC*, de modo que cada parte possui equações que modelam propriedades distintas da bateria (FRANSOZI, 2015), e desta forma, há parâmetros específicos, estimados separadamente.

Os parâmetros da parte analítica são obtidos pelo MMQ não linear, que é uma técnica de otimização que busca encontrar o valor ótimo dos parâmetros para um determinado conjunto de dados (AGUIRRE, 2007). Utilizando o software de computação algébrica e numérica *MatLab*<sup>®</sup>, por meio da função de otimização *lsqnonlin*, os parâmetros encontrados são  $C_1 = -0,0000001$ ,  $C_2 = 1871,7$  e  $b = 1,0445$ , conforme Fig. 6. Estes parâmetros, em conjunto com as equações do modelo determinam o *SOC*, e auxiliam na determinação da tensão da parte elétrica do modelo.

Já a parte elétrica é composta pelos parâmetros das equações da tensão transiente, tensão de circuito aberto e resistência em série



**Figura 6:** Estimação dos Parâmetros Lei de Peukert Estendida

(FRANSOZI, 2015), e são obtidos de (KIM, 2011), e apresentados na Tab. 2.

**Tabela 2:** Parâmetros da parte elétrica do modelo (KIM, 2011).

a0	-0,852	b0	0,1463	c0	0,1063	e0	0,0712
a1	63,867	b1	30,27	c1	62,49	e1	61,4
a2	3,6297	b2	0,1037	c2	0,0437	e2	0,0288
a3	0,559	b3	0,0584	d0	-200	f0	-3083
a4	0,51	b4	0,17473	d1	-138	f1	180
a5	0,508	b5	0,1288	d2	300	f2	5088

### 6 Validação do Modelo Híbrido Proposto

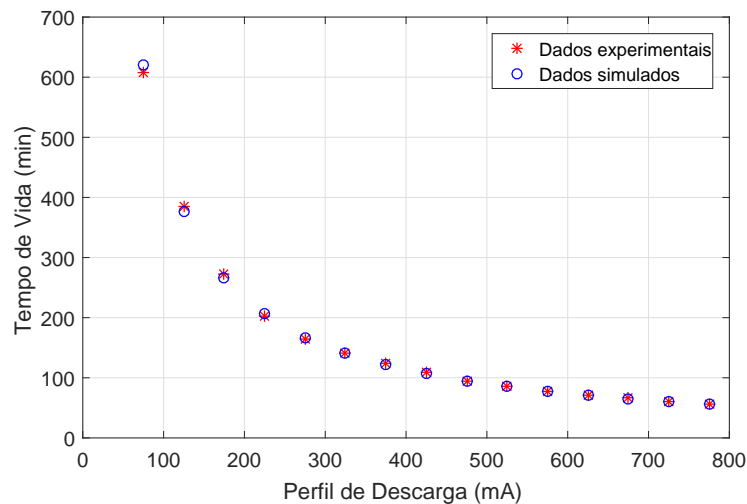
Nesta seção o modelo híbrido proposto é validado e seus resultados são detalhados. A implementação do modelo híbrido proposto ocorre através da ferramenta computacional *Matlab*<sup>®</sup>, no diagrama de blocos do *Simulink*, considerando perfis de descarga constantes e variáveis, conforme Apêndice A. Para validar o modelo híbrido proposto, os resultados das simulações foram comparados com os dados reais, obtidos através da plataforma de testes do GAIC.

#### 6.1 Descargas Constantes

Na Fig. 7 observa-se que os dados experimentais estão próximos das curvas de simulação, e

**Tabela 1:** Dados utilizados para a estimação dos parâmetros da parte analítica do modelo híbrido.

Descarga	$TV_{e1}$	$TV_{e2}$	$TV_{e3}$	$TV_{e4}$	$TV_{e5}$	$TV_{e6}$	$TV_{e7}$	$TV_{e8}$	$TV_{em}$
50	964,07	980,42	860,43	922,15	920,43	993,96	931,38	950,08	940,37
100	464,71	474,42	460,45	466,3	470,75	459,03	445,53	486,62	465,98
150	283,02	311,72	302,97	307,58	345,03	297,62	279,48	305,38	304,1
200	232,2	219,18	213,95	236,18	218,83	235,7	239,72	228,12	227,99
250	191,23	173,47	167,72	188,93	182,78	190,15	193,12	184,65	184,01
300	156,15	148,23	142,28	156,65	157,58	140,68	138,83	155,37	149,47
350	126,53	137,71	139,57	131,23	133,43	123,65	118,67	132,97	130,47
400	115,55	117,75	121,52	115,78	118,8	107,9	101,9	117,5	114,59
450	102,45	105,05	109,6	103,15	106,82	89,8	87,28	103,15	100,91
500	91,98	93,93	97,11	92,68	96,7	83,13	78,65	90,45	90,58
550	83,77	85,06	88,77	82,48	87,46	72,67	68,9	84,42	81,69
600	77,1	77,98	81,31	76,15	80,57	65,5	62,68	76,25	74,69
650	71,05	71,67	74,67	70,03	74,13	59,42	55,9	70,38	68,41
700	65,9	66,37	69,48	64,73	69,76	54,73	51,85	65,28	63,51
750	64,12	50,2	47,06	60,87	61,32	61,72	64,42	59,72	58,68
800	60,1	46,32	42,5	56,92	57,3	57,78	60,07	56,13	54,64



**Figura 7:** Validação do Modelo Híbrido Proposto - Correntes Constantes

à medida que a corrente de descarga aplicada aumenta, o tempo de vida da bateria diminui.

O erro médio é dado pela média aritmética dos erros encontrados para cada perfil de descarga, neste caso, o erro médio encontrado pelo modelo híbrido proposto para descargas constantes foi de 1,07%, com um desvio padrão de 0,74. Nas correntes mais altas, onde há pouca presença dos efeitos não lineares, foram observados os menores erros.

### 6.2 Descargas Variáveis

Os perfis de correntes variáveis são obtidos a partir de testes experimentais realizados em um telefone celular do tipo smartphone, que executa as tarefas solicitadas, e de um ampe-

rímetro, que mensura a corrente utilizada. A partir desse experimento, é possível encontrar o valor da corrente que está relacionada a cada uma das funcionalidades do smartphone (KUSIAK, 2016), como demonstrado na tabela 3. Com base nisso, são construídos 8 perfis de descarga variáveis realísticos apresentados na tabela 4. Ao contrário das descargas constantes, esses perfis possuem variações ao longo do tempo e, conseqüentemente, os efeitos não lineares têm maior presença e o processo de descarga é mais fiel ao perfil de utilização real de tarefas realizadas por um usuário.

Na tabela 5 para cada perfil (P1-P8), são apresentados o  $TV_{ej}$  que representa, em minutos, o tempo de vida experimental encontrado a



**Tabela 3:** Verificação das Correntes de acordo com as Tarefas Executadas

Descrição das Tarefas	Corrente (mA)
Em Stand by	10
Tela ligada e uso do aparelho com brilho mínimo	40
Tela ligada e uso do aparelho com brilho máximo	70
Uso da câmera	80
Ligação em viva voz	150
Ligação normal	100
Visualização de imagens	100
Ouvir música no volume máximo	200
Ouvir música no volume mínimo	100
Acesso à Internet	200
Uso da calculadora	50
Escrever SMS	70
Acesso a jogos do aparelho	40
Uso do alarme	200
Gravação de áudio	90
Ouvir música no rádio (volume máximo)	230

**Tabela 4:** Perfis de Descarga Variáveis

Perfil	Corrente (mA)	Tempo (min)
<b>P1</b>	100 - 10 - 150 - 10 - 100 - 10 - 200	5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 10
<b>P2</b>	170 - 270 - 10 - 140 - 230 - 10 - 270	5 - 20 - 30 - 10 - 20 - 10 - 30
<b>P3</b>	270 - 10 - 120 - 170 - 10 - 270 - 170	5 - 10 - 10 - 15 - 10 - 15 - 5
<b>P4</b>	250 - 400 - 50 - 200 - 550	10 - 10 - 5 - 15 - 10
<b>P5</b>	750 - 450 - 200 - 150 - 250 - 100	5 - 10 - 10 - 5 - 5 - 10
<b>P6</b>	100 - 200 - 300 - 400 - 500 - 600 - 700	10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10
<b>P7</b>	700 - 600 - 500 - 400 - 300 - 200 - 100	10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10
<b>P8</b>	200 - 20 - 300 - 20 - 200 - 20 - 400	2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 5

**Tabela 5:** Dados Experimentais Variáveis utilizados na Validação do Modelo Híbrido Proposto considerando Descargas Variáveis

Perfil	$TV_{e1}$	$TV_{e2}$	$TV_{e3}$	$TV_{e4}$	$TV_{e5}$	$TV_{e6}$	$TV_{e7}$	$TV_{e8}$	$TV_{em}$
<b>P1</b>	463,81	512,01	470,10	490,25	463,33	494,11	470,91	473,20	479,67
<b>P2</b>	265,38	263,61	321,45	264,56	263,86	319,26	270,50	310,88	284,94
<b>P3</b>	340,23	330,50	308,86	313,81	304,16	333,60	331,00	303,93	322,01
<b>P4</b>	146,53	147,68	156,13	149,15	146,80	148,48	147,98	152,28	149,38
<b>P5</b>	143,68	144,90	143,96	145,69	139,96	139,96	136,53	139,35	141,75
<b>P6</b>	135,49	133,50	125,56	124,68	124,23	122,68	120,00	126,79	126,62
<b>P7</b>	99,21	105,73	99,93	97,00	95,98	99,21	93,31	97,71	98,51
<b>P8</b>	327,48	352,51	326,28	327,55	326,03	319,95	311,78	301,75	324,17

partir da descarga de cada uma das 8 baterias, sendo  $1 \leq j \leq 8$  o número do experimento realizado; e o  $TV_{em}$  que representa, em minutos, o tempo de vida experimental médio, calculado a partir da média dos valores encontrados em cada experimento, para cada perfil de descarga (KUSIAK, 2016). Conforme Fig 8, o erro médio encontrado pelo modelo híbrido proposto foi de 1,97%, para descargas variáveis.

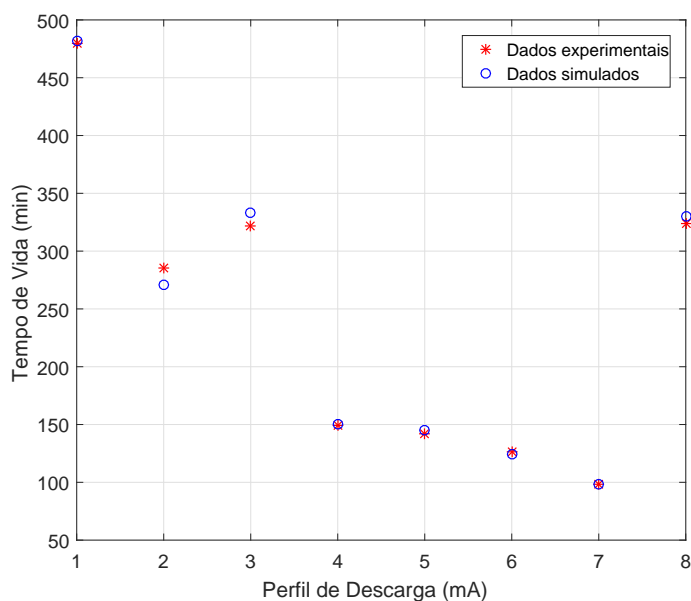
Considerando os perfis de correntes de descargas variáveis utilizados para a validação, observa-se que os maiores erros e os maiores desvios padrões ocorrem nos perfis P2 e P3, que são perfis formados por correntes relativa-

mente baixas, nos quais os efeitos não lineares estão mais presentes. Além disso, estes dois perfis são baseados nas funcionalidades realísticas de um smartphone, com um tempo de duração bem alternado, e sem padrão de regularidade (GOMES, 2017).

## 7 Análise Comparativa entre os Modelos Híbridos

Nesta seção é apresentada a análise comparativa entre os modelos híbridos.

Após validado, o modelo híbrido proposto é comparado com os outros dois modelos híbridos existentes na literatura, o modelo de (KIM,



**Figura 8:** Validação do Modelo Híbrido Proposto - Correntes Variáveis

**Tabela 6:** Análise Comparativa dos Modelos Híbridos considerando Correntes de Descargas Constantes

Perfil de Descarga	$TV_{em}$	Híbrido Kim	Erro (%)	Híbrido Zhang	Erro (%)	Híbrido Proposto	Erro (%)
75	606,94	636,02	4,79	634,72	4,58	621,14	2,34
125	384,76	380,02	1,23	378,72	1,57	375,74	2,35
175	272,23	270,31	0,71	269,01	1,19	266,79	2,00
225	203,49	209,36	2,89	208,05	2,24	205,97	1,22
275	165,17	170,59	3,28	169,27	2,48	167,34	1,32
325	141,29	143,77	1,76	142,41	0,80	140,71	0,41
375	123,11	124,12	0,82	122,72	0,32	121,26	1,51
425	108,38	109,11	0,67	107,66	0,67	106,45	1,79
475	94,26	97,29	3,21	95,77	1,60	94,80	0,58
525	86,2	87,74	1,79	86,15	0,05	85,41	0,91
575	77,84	79,86	2,59	78,20	0,46	77,69	0,20
625	71,33	73,26	2,71	71,52	0,27	71,22	0,16
675	65,97	67,65	2,55	65,83	0,21	65,72	0,38
725	60,69	62,83	3,52	60,93	0,39	61,00	0,51
775	56,63	58,64	3,54	56,66	0,04	56,90	0,47
			<b>Erro médio:</b> <b>2,40%</b>			<b>Erro médio:</b> <b>1,12%</b>	<b>Erro médio:</b> <b>1,07%</b>

**Tabela 7:** Análise Comparativa dos Modelos Híbridos considerando Correntes de Descargas Variáveis

Perfil de Descarga	$TV_{em}$	Híbrido Kim	Erro (%)	Híbrido Zhang	Erro (%)	Híbrido Proposto	Erro (%)
1	479,67	490,35	2,23	490	2,15	481,46	0,37
2	284,94	271,95	4,56	270,65	5,02	271,13	4,85
3	322,01	332,99	3,41	331,69	3,01	332,89	3,38
4	149,38	155,06	3,80	148,81	0,38	150,37	0,66
5	141,75	146,07	3,05	144,72	2,09	145,07	2,34
6	126,62	124,43	1,73	123,04	2,83	124,17	1,93
7	98,51	101,22	2,75	98,72	0,21	98,19	0,32
8	324,17	329,02	1,49	327,72	1,09	330,47	1,94
			<b>Erro Médio:</b> <b>2,88%</b>			<b>Erro Médio:</b> <b>2,09%</b>	<b>Erro Médio:</b> <b>1,97%</b>

2011) e o modelo de (ZHANG et al., 2010). As simulações computacionais são realizadas no *MatLab*<sup>®</sup>/*Simulink*, considerando os mesmos dados experimentais utilizados para a validação, e o mesmo tipo de algoritmo. A fim de examinar em conjunto todos os dados, e confrontar os resultados das simulações dos três modelos híbridos.

Na Tab. 6 é apresentada a comparação do modelo híbrido proposto com outros dois modelos híbridos, considerando descargas constantes. Conforme a tabela, o perfil da corrente de descarga está expressa em  $mA$ , e o tempo de vida experimental médio está representado por  $TV_{em}$  em  $min$ .

Os resultados da análise comparativa entre o modelo híbrido proposto e os modelos híbridos de Kim e Zhang, para correntes de descargas variáveis são apresentados na tabela 7, na qual o perfil de corrente de descarga variável utilizada está em  $mA$  e  $TV_{em}$  é o tempo de vida experimental médio para o perfil variável considerado.

Os resultados para correntes constantes demonstram que os três modelos são considerados satisfatórios para a predição do tempo de vida de baterias de Li-Po, pois possuem um erro menor que 5% (FRANSOZI, 2015), sendo que o modelo híbrido proposto neste trabalho, apresentou o menor erro médio. O modelo híbrido de Kim é o que apresenta o maior erro médio na análise comparativa realizada.

Similarmente, a ordem de melhor acurácia dos modelos se manteve para correntes de descargas variáveis, onde o modelo híbrido proposto obteve os melhores resultados, seguido do modelo de Zhang e do modelo de Kim.

Como todos os híbridos possuem resultados satisfatórios, o modelo mais adequado para o tempo de vida de baterias de Li-Po se diferencia por possuir maior simplicidade, ou seja, apresentar fácil manipulação de conhecimento matemático para resolver suas equações. Dessa forma, o modelo híbrido proposto se destaca pois é constituído de um modelo analítico simples e flexível, a Lei de Peukert Estendida (GOMES, 2017).

## 8 Conclusão

Neste trabalho foi proposto e validado um novo modelo híbrido para a predição do tempo de vida de baterias de LiPo, formado pela união do modelo analítico Lei de Peukert Estendida e pelo modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I, utilizando perfis de descargas constantes e variáveis.

O modelo híbrido proposto consegue capturar simultaneamente as vantagens do modelo analítico e do modelo elétrico, isto é, captura, em partes, os efeitos não lineares, e as características elétricas da bateria.

Quando comparado aos outros dois modelos híbridos analisados, o modelo híbrido proposto neste artigo apresentou um erro médio inferior e demonstrou-se funcional e de fácil implementação, podendo ser configurado para diferentes tipos de baterias. Pretende-se ainda, como trabalhos futuros estimar os parâmetros da parte elétrica do modelo híbrido proposto, através de uma metodologia de estimação diferente de (KIM, 2011). De como concomitante, propor novos modelos híbridos para a predição do tempo de vida de baterias.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo aporte financeiro, e à Unijuí, pela estrutura física oferecida.

## Referências

AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte: UFMG, 2007.

BRONDANI, M. F. *Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero utilizando algoritmos genéticos*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, fev. 2015.

- CHEN, M.; RINCÓN-MORA, G. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v.21, jun. 2006.
- DUALFOIL. *Fortran programs for the simulation of electrochemical systems*. 2016. Disponível em: <http://www.cchem.berkeley.edu/jsngrp/fortran.html>. Acesso em: 02 ago. 2016.
- FRANSOZI, L. *Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de modelos híbridos*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, fev. 2015.
- FREITAS, D. J. B. F. *Estudo e Aplicação de Modelos Analíticos na Predição do Tempo de Vida de Baterias Utilizadas em Dispositivos Móveis: Proposição de Extensões aos Modelos Tradicionais*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, 2015.
- GOMES, L. B. *Proposição de um modelo híbrido considerando a Lei de Peukert Estendida para a predição do tempo de vida de baterias*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, mar. 2017.
- GOMES, L. B. et al. Modelo híbrido para a predição do tempo de vida de baterias considerando correntes de descargas constantes. In: *7ª Conferência Sul em Modelagem Computacional - MCSul 2016*. [S.l.: s.n.], 2016.
- JORGERDEN, M. R.; HAVERKORT, B. *Battery modeling*. [S.l.], 2008.
- KIM, T. A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics and nonlinear capacity effects. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Lincoln - Nebraska, v. 26, n. 4, December 2011.
- KUSIAK, R. S. *Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero a partir de modelos híbridos considerando correntes de descarga variáveis*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, fev. 2016.
- LINDEN, D.; REDDY, T. B. *Handbook of batteries*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- NONEMACHER, H. B. et al. Desenvolvimento de um testbed para avaliação de modelos matemáticos utilizados na predição do tempo de vida de baterias. In: *Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia*. [S.l.: s.n.], 2010.
- PORCIUNCULA, C. M. D. *Aplicação de modelos elétricos de bateria na predição do tempo de vida de dispositivos móveis*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, abr. 2012.
- RAKHMATOV, D.; VRUDHULA, S. An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems. In: *Proceedings of the International Conference on Computer Aided Design (ICCAD '01)*. Piscataway: IEEE Press, 2001. p. 488–493.
- ZHANG, J. et al. An enhanced circuit-based model for single-cell battery. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition*. [S.l.: s.n.], 2010.

A Primeiro apêndice

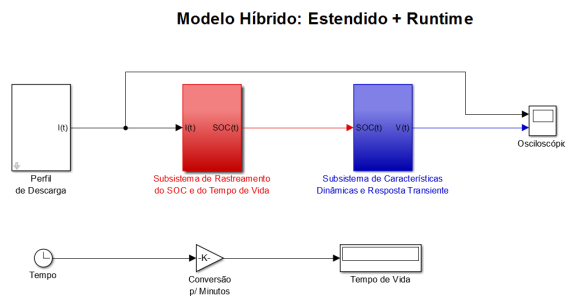


Figura 9: Diagrama de Blocos do Modelo Híbrido Proposto(GOMES, 2017).

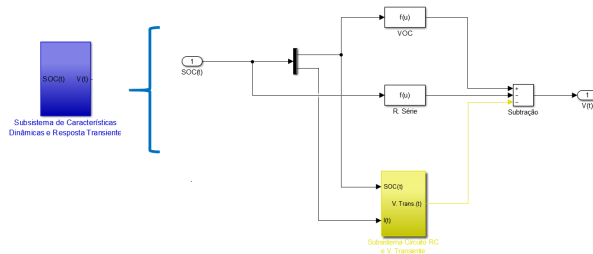


Figura 10: Subsistema de Características Dinâmicas e Resposta Transiente (parte elétrica)(GOMES, 2017).

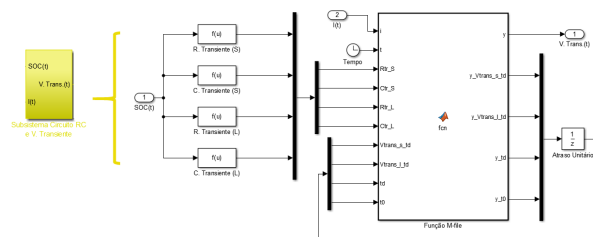


Figura 11: Subsistema Circuito RC e Tensão Transiente (parte elétrica)(GOMES, 2017).

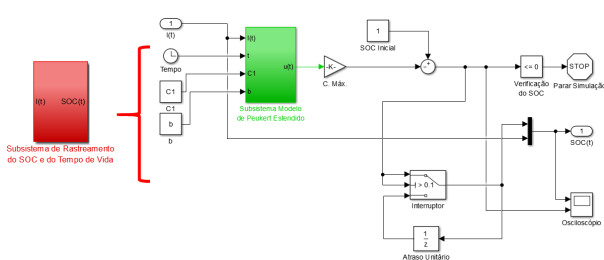


Figura 12: Subsistema Lei de Peukert Estendida (parte analítica)(GOMES, 2017).

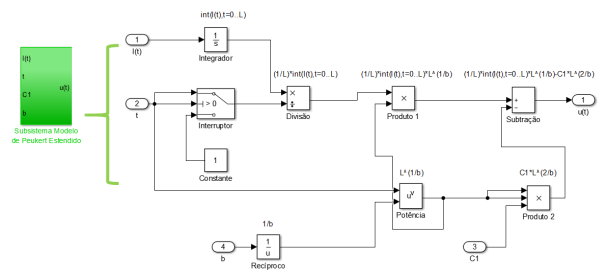


Figura 13: Subsistema Lei de Peukert Estendida (parte analítica) (GOMES, 2017).